DEC-MESTFP **2024**

DT/ INSTALLATION ET MAINTENANCE EN INFORMATIQUE

EPREUVES THEORIQUES

EPREUVE : MATHEMATIQUES APPLIQUEES

DUREE : 3 H

SUJET

Exercice 1

A l'analyse d'un système électronique, un ingénieur déduit que son démarrage est une fonction logique S liée à trois boutons a, b et c. Le système électronique démarre si au moins l'un des boutons est actionné. Si un bouton est actionné, la variable binaire associée vaut 1, sinon elle vaut 0.

1- Etablissez la table de vérité de la fonction de démarrage du système.
2- Ecrivez la fonction de démarrage de ce système sous forme canonique.
3- Produisez la réalisation électrique de la fonction de démarrage du système.

Exercice 2

Soit $a = xyz$ un entier naturel de trois chiffres tels que :

- la somme de ces chiffres soit 24 ;
- on obtienne un entier naturel inférieur de 9 à l'entier naturel initial lorsqu'on permute les deux derniers chiffres ;
- on obtienne un entier naturel inférieur de 90 à l'entier naturel initial lorsqu'on permute les deux premiers chiffres.

Indication : souvenez-vous, par exemple, que : $357 = 3 \times 100 + 5 \times 10 + 7$

1- Ecrivez un système d'équations qui traduit cet énoncé.
2- On considère la matrice carré $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
Démontrez que A est inversible et calculez son inverse A^{-1}.
3- On considère le système suivant de trois équations à trois inconnues réelles :
$$\begin{cases} x + y + z = 24 \\ y - z = 1 \\ x - y = 1 \end{cases}$$
a) Ecrivez ce système sous forme matricielle.
b) Résolvez ce système, en utilisant la matriceA^{-1} inverse de la matrice A.
c) Déterminez le nombre entier naturel a.

Problème

On considère la fonction de f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{9x}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}$

On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(0, I, J)$ d'unité : $2\ cm$.

1- a) Déterminez l'ensemble de définition D de f.

(Page suivante)

b) Déterminez les nombres réels a et b tels que, pour tout x de D ; $f(x) = \frac{a}{x+\frac{1}{2}} + \frac{b}{(x+\frac{1}{2})^2}$.

2- a) Déterminez les limites de f aux bornes de D puis interprétez géométriquement les résultats obtenus.

b) Etudiez les variations de f puis dressez le tableau des variations de f.

3- Soit (D) la droite passant par les points d'abscisses $\frac{1}{2}$ et 1 de (C).

a) Déterminez l'équation réduite de (D).

b) Démontrez que (D) recoupe (C) en un troisième point, dont on déterminera les coordonnées.

c) Construisez (D), (C) et ses asymptotes.

4- a) Justifiez que la fonction f admet des primitives sur l'intervalle $[\frac{1}{2}; +\infty[$.

b) Déterminez la primitive F de f sur $[\frac{1}{2}; +\infty[$ qui prend la valeur $y_0 = \frac{9}{2}$ pour $x_0 = \frac{1}{2}$.

5- Calculez l'aire $\mathcal{A}$ du domaine délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.

BONNE CHANCE !